

# 삼각형의 내외심 팽이

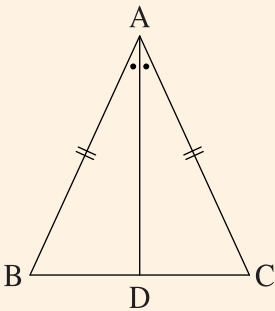
삼각형 팽이를 돌려 삼각형의 외심과 내심의 성질을 알아봅시다.

## 삼각형의 외심

준비물 풀, 컴퍼스 또는 송곳, 각도기, 자

### 선수학습 내용확인

그림을 보고 이등변삼각형 ABC가 가진 성질을 적어 보세요.

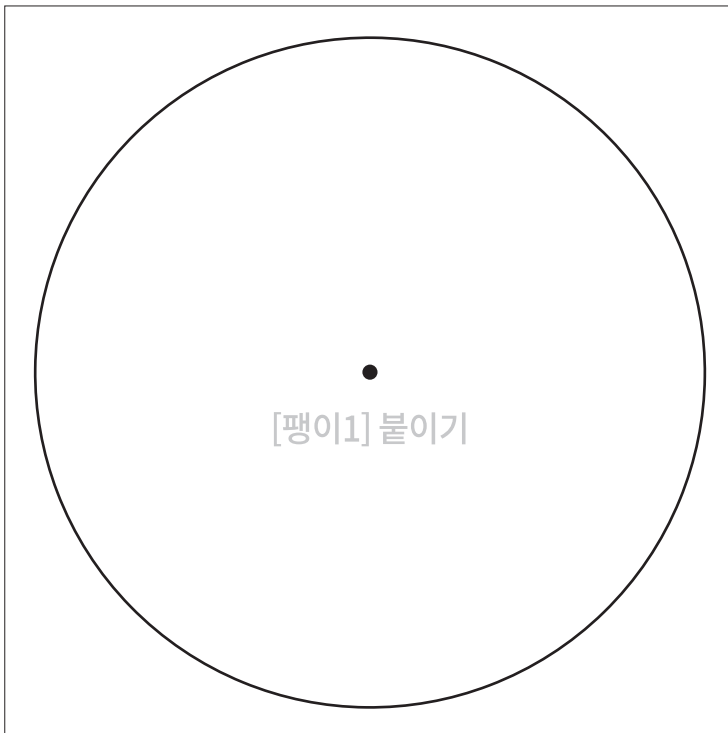


이등변삼각형 ABC의 성질

- ①  $\overline{AB} = \overline{AC}$
- ②  $\angle B = \angle C$
- ③ 꼭지각 A의 이등분선은 밑변을 ( 수직이등분 )한다.
- ④ 이등변삼각형의 아무 성질이나 쓰면 됨. (예.  $\triangle ABD$ 와  $\triangle ACD$ 는 합동)

### 활동 1 [팽이1] 만들기

1 [팽이1]에 꽃은 팽이심을 빼서 삼각형의 세 꼭짓점이 모두 원에 접하게 붙이고 빈칸에 알맞은 말을 적어보세요.



#### 생각하기 1

삼각형의 서로 다른 색의 꼭짓점들이 하나의 원을 그리며 돌아가게 하려면 [팽이1] 안의 세 점 중에 어디에 팽이심을 꽃아서 돌려야 하나요? 그리고 왜 그런 결과가 나오는지 주어진 원과 삼각형의 관계를 통해 생각해 보세요.

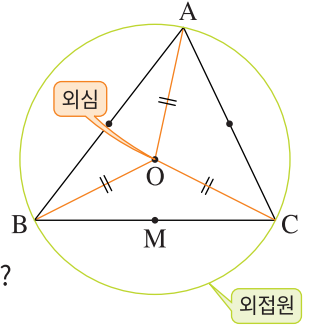
[팽이1]의 삼각형이 원과 접하므로 삼각형의 세 꼭짓점 원의 중심과의 거리가 모두 같음. 따라서 [팽이1] 안의 세 점 중 원의 중심과 일치하는 점에 팽이심을 꽃아서 [팽이1]을 돌리면 세 꼭짓점이 하나의 원, 옆의 원과 같은 크기의 원을 그림.

[팽이1] 삼각형의 세 꼭짓점 중 가장 위에 있는 점을 시작점으로 하여 시계반대방향으로 차례대로 A, B, C(팽이 위에 표시하기)라고 하고 세 점 A, B, C를 모두 지나는 원을 O라고 합시다.

▶  $\triangle ABC$ 와 같이 모든 꼭짓점이 원 O 위에 있을 때, 이 원 O는  $\triangle ABC$ 에 **외접**한다고 한다. 그리고 원 O를  $\triangle ABC$ 의 **외접원**이라 하고, 외접원 O의 중심을  $\triangle ABC$ 의 **외심**이라고 한다.

**활동 2 삼각형의 외심찾기**

**2** 오른쪽 그림을 사용하여 삼각형의 외심을 찾는 방법에 대해 탐구해 봅시다.



①  $\triangle ABC$ 의 외심을 O라고 할 때,  $\triangle ABO$ ,  $\triangle BCO$ ,  $\triangle CAO$ 는 어떤 삼각형인가요?

이등변 삼각형

② 외심 O와  $\overline{BC}$ 의 중점 M를 이어  $\overline{OM}$ 을 그려주세요.  $\overline{OM}$ 은  $\overline{BC}$ 와 어떤 관계가 있나요?

$\triangle ABO$ 이 이등변 삼각형이므로  $\overline{OM}$ 은  $\overline{BC}$ 의 수직이등분선임.

③ 외심 O와  $\overline{AB}$ 의 중점을 이어 선분을 그려주세요. 새로 그린 선분과  $\overline{AB}$ 는 어떤 관계가 있나요?

새로 그린 선분은  $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 됨.

④ 외심 O와  $\overline{CA}$ 의 중점을 이어 선분을 그린 후, 새로 그린 선분과  $\overline{CA}$ 는 어떤 관계를 갖는지 확인하세요.

새로 그린 선분은  $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 됨.

**3**  $\triangle ABO$ ,  $\triangle BCO$ ,  $\triangle CAO$ 가 갖는 성질을 바탕으로 삼각형의 외심을 찾는 방법에 대해 생각해 보고, 생각한 방법으로 [팬이2]의 삼각형의 외심을 찾아보세요. 찾은 외심의 위치에 팬이심을 꽂아 팬이를 돌려 외심을 옳게 찾았는지 확인해 보세요.

**외심은 어떻게 찾아야 할까요?**

삼각형의 세 변  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이  
모두 삼각형의 외심을 지나므로 각 변의 수직이등분선을  
그려 외심을 찾을 수 있다.

자와 각도기를 이용하여 세 변의 수직이등분선을  
그리거나 삼각형의 꼭짓점 중 두 점을 맞닿게 접어  
각 변의 수직이등분선을 그리면 된다.

[팬이2] 붙이기

**활동 3 직각삼각형과 둔각삼각형의 외심찾기**

**4** [팬이3], [팬이4]에 그려진 직각삼각형과 둔각삼각형의 외심을 찾아 팬이심을 꽂아 팬이를 돌려보세요.

[팬이3] 붙이기

[팬이4] 붙이기

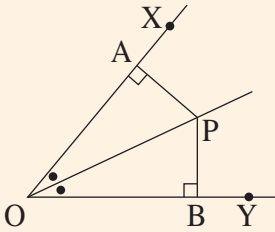
**활동 4 OX퀴즈**

**5** 다음 문장에 참, 거짓을 판단하여 ( )안에 O 또는 X로 표시하시오.

- ① 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한점에서 만난다. (O)
- ② 삼각형의 외심은 삼각형의 내부에 있다. (X)
- ③ 모든 삼각형은 외접원과 외심을 갖는다. (O)
- ④ 외심에서 각 변에 이르는 거리는 같다. (X)
- ⑤ 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 선분은 각 꼭지각을 이등분한다. (X)

## 선수학습 내용확인

그림과 같이  $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 점 P에서  $\overrightarrow{OX}$ 와  $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 합니다. 합동인 두 삼각형을 찾고, 찾은 두 삼각형이 합동인 이유를 설명해 보세요.



$\angle AOP = \angle BOP$ 이고  $\angle AOP$ 와  $\angle BOP$ 이  $\overline{OP}$ 를 공통으로 가지므로 직각 삼각형의 합동 조건(RHA 조건)을 만족하여  $\triangle AOP$ 와  $\triangle BOP$ 는 합동이다.

### 활동 1 [팽이1] 만들기

1 팽이심을 빼서 [팽이1]을 아래 칸에 붙이고 빈칸에 알맞은 말을 적어 보세요.

[팽이1] 붙이기

#### 생각하기 1

[팽이1]의 구멍 중에 팽이심을 넣고 돌렸을 때, 삼각형의 세 변들이 하나의 원을 그리게 하는 구멍을 찾아 보세요. 그리고 [원]을 [팽이1]의 삼각형 세 변과 접하게 붙인 후, 왜 그런 결과가 나왔는지 [원]과 [팽이1]의 삼각형의 관계를 통해 생각해 보세요.

[원]이 [팽이1]의 삼각형의 세 변이 모두 [원]에 한점에서 만나므로 세 변이 [원]과 접하는 점이 모두 [원]의 중심과 같은 거리에 있다. 따라서, [원]의 중심에 팽이심을 넣고 [팽이1]을 돌리면, 세 변 위의 접점들이 하나의 원을 그리게 된다.

위에 붙인 [팽이1]의 삼각형의 꼭짓점 중 가장 위에 있는 점을 시작으로 시계 반대 방향으로 차례대로 A, B, C([팽이 위에 표시하기])라고 하고 삼각형 안에 있는 원을 I라고 합시다.

▶  $\triangle ABC$ 와 같이 세변이 원 I에 접할 때, 이 원 I는  $\triangle ABC$ 에 **내접** 한다고 한다. 그리고 원 I를  $\triangle ABC$ 의 **내접원** 이라 하고, 내접원 I의 중심을  $\triangle ABC$ 의 **내심** 이라고 한다.

### 활동 2 삼각형의 내심찾기

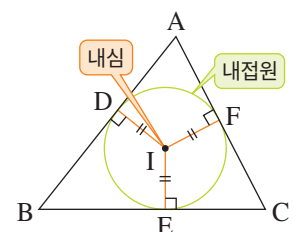
2 삼각형의 내심을 찾는 방법에 대해 탐구해 봅시다.

(1) 세 점 A, B, C와 원의 중심 I를 각각 선분으로 이어서  $\overline{AI}$ ,  $\overline{BI}$ ,  $\overline{CI}$ 를 오른쪽 삼각형 위에 그린 후, 서로 합동인 삼각형들을 모두 찾아보세요.

$\triangle ADI$ 와  $\triangle AFI$ ,  $\triangle BDI$ 와  $\triangle BEI$ ,  $\triangle CEI$ 와  $\triangle CFI$

(2)  $\overline{AI}$ 와  $\angle A$ 의 관계를 적어 보세요. 또,  $\overline{BI}$ 와  $\angle B$ 의 관계,  $\overline{CI}$ 와  $\angle C$ 의 관계도 적어 보세요.

$\overline{AI}$ 가  $\angle A$ 를 이등분함. 마찬가지로  $\overline{BI}$ 도  $\angle B$ 를,  $\overline{CI}$ 도  $\angle C$ 를 각각 이등분함.



**3** 2의 답을 통해 삼각형의 내심을 찾는 방법에 대해 생각해 보고, 생각한 방법으로 [팬이2]의 삼각형의 내심을 찾아보세요.  
 찾은 내심의 위치에 팬이심을 꽂아 팬이를 돌려보세요.

**내심은 어떻게 찾아야 할까요?**

$\triangle ABC$ 의 세각의 이등분선이 모두 내접원의 중심인 내심을 지나므로 세각의 이등분선을 그어 내심을 찾을 수 있음.  
 각도기를 사용하여 삼각형의 세 각을 이등분하는 선을 그리거나 삼각형의 세 변을 맞게 접어서 이등분선을 찾아 세 이등분선의 교점인 내심을 찾을 수 있음.

[팬이2] 붙이기

**활동 3 직각삼각형과 둔각삼각형의 내심찾기**

**4** [팬이3], [팬이4]에 그려진 직각삼각형과 둔각삼각형의 내심을 찾아 팬이심을 꽂고 팬이를 돌려보세요.

[팬이3], [팬이4] 붙이기

**활동 4 정삼각형의 외심과 내심**

**5** [팬이5]에 그려진 정삼각형의 내심과 외심을 찾아 팬이심을 꽂아 돌려보세요.

[팬이5] 붙이기

**생각하기 2**

정삼각형의 외심과 내심의 관계를 적고 그러한 관계를 갖는 이유에 대해 생각해 보세요.

정삼각형은 세변의 길이와 세 각의 크기가 모두 동일하므로 세각의 이등분선들이 모두 각 각의 맞은 편 변들을 수직 이등분한다. 따라서 세 변의 수직이등분선과 세각의 이등분선이 일치하여 외심과 내심이 일치한다.

**활동 5 OX퀴즈**

**6** 오른쪽 그림과 같이 내심 I를 갖는  $\triangle ABC$ 를 보고 참, 거짓을 판단하여 ( )안에 O 또는 X로 표시하시오.

- ①  $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 이등분선은 한점에서 만난다. (O)
- ② 모든 삼각형의 내심은 삼각형의 내부에 있다. (O)
- ③  $\overline{BM}$ 이  $\angle B$ 를 이등분하면  $\overline{IM}$ 은  $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름과 같다. (X)
- ④ 내심 I에서 세 점 A, B, C에 이르는 거리는 같다. (X)
- ⑤  $\overline{BM}$ 은  $\overline{AC}$ 를 수직이등분한다. (X)

